



**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**Куйбышевский филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования «Новосибирский
государственный педагогический университет»**

УТВЕРЖДАЮ

Декан

Факультет психолого-педагогического
образования

В.А.Кобелев

(подпись)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Теория чисел и числовые системы**

Направление подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль):

Математика и Информатика

Уровень высшего образования:

бакалавриат

Форма обучения:

очная

СОСТАВИТЕЛИ:

Кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики, информатики и методики преподавания О.А.Тарасова

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

на заседании кафедры математики, информатики и методики преподавания (КФ) (протокол №1 от 04.09.2020 г.)

Заведующий кафедрой математики, информатики и методики преподавания (КФ) И. А. Дудковская

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель освоения дисциплины:

формирование и развитие у студентов компетенций, формирование систематизированных знаний, умений и навыков в области теории чисел и числовых систем, их основных методов, позволяющих подготовить конкурентноспособного выпускника для сферы образования, готового к инновационной творческой реализации в образовательных учреждениях различного уровня и профиля.

Исходя из конкретного содержания дисциплины: изучить теорию делимости и теорию сравнений в кольце целых чисел, аксиоматические теории натуральных, целых, рациональных и действительных чисел, служащих теоретической базой соответствующего учебного материала, изучаемого в курсе средней школы, а также овладеть методами решения практических задач и арифметическими приложениями теории чисел.

1.2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Программа дисциплины разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Минобрнауки России от 22.02.2018 г. №125, профессиональными стандартами: педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18.10.2013 г. №544н, педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования, утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 08.09.2015 г. №608н, педагог дополнительного образования детей и взрослых, утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 05.05.2018 г. №298н.

Дисциплина части, формируемой участниками образовательных отношений блока 1 «Дисциплины» учебного плана образовательной программы, изучается в 6 семестре. Трудоемкость дисциплины: 4 ЗЕ / 144 часа, в том числе 42 часов - контактная работа с преподавателем, 68 часа - самостоятельная работа (таблица 2).

1.3 Планируемые результаты обучения по дисциплине

Дисциплина направлена на формирование компетенции(-ий), представленных в таблице 1.

Таблица 1

Планируемые результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	
Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-3 способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса	

<p>ПК-3.1 Знает: закономерности, принципы и уровни формирования и реализации содержания образования; структуру, состав и дидактические единицы содержания предмета.</p>	<p>Знать: структуру, состав и дидактические единицы содержания предмета, в частности: основные теоретические положения теории чисел и числовых систем (теория делимости, теория сравнений); основные методы доказательств, используемые в теории чисел; основные классические факты, утверждения и методы указанной предметной области. Уметь: осуществлять отбор учебного содержания теории чисел и числовых систем для</p>
<p>ПК-3.2 Умеет: осуществлять отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями учащихся.</p>	<p>реализации в различных формах обучения в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями учащихся; использовать аппарат теории чисел при решении стандартных математических задач; оперировать понятиями и методами теории чисел, используемыми в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности; использовать полученные знания для осуществления анализа практических ситуаций.</p>
<p>ПК-3.3 Владеет: предметным содержанием образования по предмету; умениями отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной формы обучения.</p>	<p>Владеть: предметным содержанием теории чисел и числовых систем; умениями отбора вариативного содержания по теории чисел и числовым системам с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения.</p>

2 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Шестой семестр

Тема 1. Делимость и простые числа

Отношение делимости в кольце целых чисел, свойства отношения делимости. Простые и составные числа. Свойства простых чисел. Критерий простоты, решето Эратосфена. Разложение целых чисел на простые множители (основная теорема арифметики). Теорема о делении с остатком в кольце целых чисел. Наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК) целых чисел, их свойства. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа, их свойства. Функция Эйлера $\varphi(n)$, формулы для ее вычисления.

Тема 2. Теория сравнений

Сравнимые по модулю m числа. Основные свойства сравнений. Полная и приведенная системы вычетов по модулю m . Признаки полной и приведенной систем вычетов по данному модулю. Классы вычетов по модулю m . Кольцо классов вычетов по модулю m , мультипликативная группа кольца вычетов по модулю m . Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени, исследование сравнений первой степени на число решений. Системы линейных сравнений. Алгоритм нахождения решений системы линейных сравнений.

Тема 3. Первообразные корни и индексы

Понятие показателя числа a и класса вычетов $[a]$ по модулю m , при $(a,m) = 1$, свойства показателя. Понятие первообразного корня по модулю m , свойства первообразных корней, теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Индекс числа a и класса вычетов $[a]$ по простому модулю p при основании g . Свойства индексов. Таблицы индексов по данному модулю p . Применение индексов к решению двучленных и показательных сравнений по простому модулю.

Тема 4. Аксиоматическая теория натуральных чисел, целых чисел.

Определения первичных понятий. Натуральный ряд. Независимость аксиом Пеано. Принцип полной математической индукции. Сложение. Аддитивная группа натуральных чисел. Умножение. Полукольцо натуральных чисел. Отношение «меньше». Линейно упорядоченное множество натуральных чисел. Определение системы целых чисел. Существование системы целых чисел. Основные свойства системы целых чисел.

Тема 5. Аксиоматическая теория рациональных, действительных чисел.

Краткий обзор по следующим вопросам: определение системы рациональных чисел. Существование системы рациональных чисел. Определение системы действительных чисел. Существование системы действительных чисел.

Содержание работ по дисциплине

Таблица 2

Содержание работы	Виды и формы работы, час					Всего, час	Код компетенции
	Контактная работа				Самостоятельная работа		
	Лекции	Лабораторные	Практические	Консультации			
Шестой семестр							
Тема 1. Делимость и простые числа	4		6		12	22	ПК-3

Тема 2. Теория сравнений	4		10		12	26	ПК-3
Тема 3. Первообразные корни и индексы	2		6		12	20	ПК-3
Тема 4. Аксиоматическая теория натуральных чисел, целых чисел.	2		4		16	22	ПК-3
Тема 5. Аксиоматическая теория рациональных, действительных чисел.			2		16	18	ПК-3
Подготовка к экзамену				2	34	36	ПК-3
Итого по дисциплине	12		28	2	102	144	

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для успешного освоения дисциплины следует ознакомиться с содержанием разделов и тем по дисциплине (см. п. 2), следовать технологической карте при выполнении самостоятельной работы (табл. 3), использовать рекомендованные ресурсы (п. 4) и выполнять требования внутренних стандартов университета.

4 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Основная учебная литература

- 1. Баврин, И.И.** Математика : учебник для вузов по направлениям "Педагогическое образование", "Психолого-педагогическое образование" : допущено М-вом образования и науки РФ / И. И. Баврин. - 9-е изд., испр. и доп. - Москва : Академия, 2011. - 624 с. - (Высшее профессиональное образование. Педагогическое образование) (Бакалавриат). - Прилож.: табл. значений. - Библиогр.: с. 615. - бакалавры. - ISBN 978-5-7695-7999-8
- 2. Бухштаб, А. А.** Теория чисел : учеб. пособие для студ. вузов / А. А. Бухштаб. - 3-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 384 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике).
- 3. Нестеренко, Ю.В.** Теория чисел : учебник для вузов : рекомендовано УМО вузов РФ / Ю. В. Нестеренко. - Москва : Академия, 2008. - 272 с. - (Высшее профессиональное образование. Физико-математические науки). - ISBN 5-7695-4646-4

4.2 Дополнительная учебная литература

- 1. Куликов, Л.Я.** Сборник задач по алгебре и теории чисел : учебное пособие для пед. ин-тов : допущено М-вом образования РФ / Куликов, Леонид Яковлевич ; Л. Я. Куликов, А. И. Москаленко, А. А. Фомин. - Москва : Просвещение, 1993. - 288 с. - ISBN 5-09-002697-1
- 2. Веселова, Л. В.** Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов. - Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. - 107 с. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/61956.html> . - Доступна эл. версия. ЭБС "IPRBooks". - ISBN 978-5-7882-1636-2
- 3. Тарасова, О.А.** Теория чисел [Электронный ресурс] : учебно-практическое пособие / О. А. Тарасова ; Новосиб. гос. пед. ун-т, Куйбышевский фил. - Новосибирск : Немо Пресс, 2014. - 77 с. - URL: <https://lib.nspu.ru/views/library/64502/read.php> . - Доступна эл. версия в ЭБС НГПУ. - ISBN 978-5-903978-51-9

4.3 Ресурсы открытого доступа

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. URL: <http://window.edu.ru/>

4.4 Технологическая карта самостоятельной работы студента

Таблица 3

Темы дисциплины	Перечень учебно-методического обеспечения (номер источника из п.п. 4.1-4.3)
Задания для самостоятельной работы	
Шестой семестр	
Тема 1. Делимость и простые числа	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3
Составить тест по теме.	
Составить срезовую работу по теме.	
Тема 2. Теория сравнений	Основная учебная

Подготовка к экзамену	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3
-----------------------	---

4.5 Выполнение курсовой работы (проекта). Курсовая работа по дисциплине не предусмотрена.

5 РЕСУРСЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1 Информационные технологии

Образовательный процесс осуществляется с применением локальных и распределенных информационных технологий (таблицы 4, 5).

Локальные информационные технологии

Таблица 4

Группа программных средств	Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства	Аудитория	Реквизиты подтверждающего документа
Офисные программы	LibreOffice	Ауд. №207 «Помещение для самостоятельной работы»	https://ru.libreoffice.org/about-us/license
Операционные системы	Manjaro Linux XFCE & KDE	Ауд. №207 «Помещение для самостоятельной работы»	http://gostrf.com/normadata/1/4293798/4293798256.htm
Научные расчеты	<ul style="list-style-type: none"> • SageMath • Scilab • Maxima • PSPP • Среда статистических вычислений R 	Ауд. №207 «Помещение для самостоятельной работы»	http://gostrf.com/normadata/1/4293798/4293798256.htm

Графические редакторы	GIMP	Ауд. №207 «Помещение для самостоятельной работы»	https://www.gimp.org/about/COPYING
Браузеры (веб-обозреватели)	Firefox	Ауд. №207 «Помещение для самостоятельной работы»	https://rusgpl.ru/

Распределенные информационные технологии

Таблица 5

Группа	Наименование
Библиотеки и образовательные ресурсы (в том числе персональные сайты преподавателей КФ ФГБОУ ВО «НГПУ»)	Электронная библиотека НГПУ http://lib.nspu.ru
	Электронная библиотека КФ ФГБОУ ВО «НГПУ» http://lib.kbnspu.ru/
	Персональные сайты преподавателей КФ ФГБОУ ВО «НГПУ» http://prepod.nspu.ru
	Система электронных портфолио студентов НГПУ https://www.nspu.ru/portfolio/

5.2 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Таблица 6

Номер и наименование (при наличии) помещения для осуществления образовательной деятельности	Перечень основного оборудования	Адрес места осуществления образовательной деятельности (местоположение согласно лицензии)
Учебная аудитория для проведения учебных занятий лекционного типа		
Лекционный зал № 1	Комплект учебной мебели	632387, Новосибирская обл. г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Лекционный зал № 2	Комплект учебной мебели	632387, Новосибирская обл. г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Большой лекционный зал	Комплект учебной мебели	632387, Новосибирская обл. г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Учебная аудитория для проведения учебных занятий семинарского типа (практические занятия, лабораторные занятия)/ Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций/ Учебная аудитория для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации		

Ауд. №102 «Учебная аудитория семинарского типа занятий»	Комплект учебной мебели, Доска аудиторная – 1шт.	632387, Новосибирская обл. г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Ауд. №106 «Учебная аудитория семинарского типа занятий»	Комплект учебной мебели, Доска аудиторная – 1шт.	632387, Новосибирская обл. г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Ауд. №107 «Учебная аудитория семинарского типа занятий»	Комплект учебной мебели, Доска аудиторная – 1шт.	632387, Новосибирская обл. г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Помещение для самостоятельной работы обучающихся		
Ауд. №207 «Помещение для самостоятельной работы»	Комплект учебной мебели. Компьютерное оборудование: Компьютеры в комплекте (с выходом в сеть "Интернет" и доступом к электронной информационно-образовательной среде университета) – 8 шт., Печатное и сканирующее оборудование: принтеры –1шт.	632387, Новосибирская обл. г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования		
Ауд. №217А «Помещение для хранения и профилактического обслуживания оборудования»	Инвентарь: Тестер компьютерный – 1 шт. Специализированный инвентарь – 1шт. Набор инструментов для оргтехники – 1 шт (28 предметов). Измерительное оборудование: Вольтметры – 1шт., Мультиметр – 1шт., Компьютерное оборудование: Компьютер в комплекте – 1шт. Печатное оборудование: – 1шт.	632387, Новосибирская обл. г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7

6 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

6.1 Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

Таблица 7

№ п/п	Наименование темы	Код компетенции	Формы проверки
Шестой семестр			
1	Тема 1. Делимость и простые числа	ПК-3	1. Математический диктант. 2. Срезовая работа.
2	Тема 2. Теория сравнений	ПК-3	1. Математический диктант. 2. Срезовая работа.
3	Тема 3. Первообразные корни и индексы	ПК-3	1. Математический диктант. 2. Срезовая работа.
4	Тема 4. Аксиоматическая теория натуральных чисел, целых чисел.	ПК-3	1. Срезовая работа.
5	Тема 5. Аксиоматическая теория рациональных, действительных чисел.	ПК-3	1. Срезовая работа.

6.2 Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Таблица 8

Оценочные материалы для промежуточной аттестации
Шестой семестр (Экзамен)
Код компетенции: ПК-3
<ol style="list-style-type: none"> 1. Теорема о делении с остатком. 2. НОД, НОК целых чисел. Основные свойства. 3. Простые числа. Основные свойства. 4. Взаимнопростые числа. Основные свойства. 5. Функция Эйлера. Формулы для вычисления функции Эйлера. 6. Числа сравнимые по модулю. Основные свойства сравнений. 7. Полная и приведенная системы вычетов. Их признаки. 8. Классы вычетов по модулю m. Сложение и умножение классов вычетов. Свойства. 9. Теорема Эйлера и Ферма. 10. Сравнения первой степени. Критерий разрешимости. Методы решения сравнений первой степени. 11. Показатель числа (класса вычетов) по модулю m. Свойства. 12. Определение первообразного корня, определение индекса, свойства. 13. Применение индексов к решению двучленных и показательных сравнений по простому модулю. 14. Аксиомы Пеано. Натуральный ряд. 15. Сложение и умножение натуральных чисел. Свойства. 16. Построение кольца целых чисел. 17. Построение поля рациональных чисел. 18. Составить самостоятельную работу по теме "Сравнения первой степени" трех уровней сложности. 19. Составить тесты по теме "Делимость в кольце целых чисел. Простые числа. Взаимнопростые числа". <p>Типовые задачи.</p>

1. Определить является ли число 257 простым.
2. Найти все простые числа между числами 335 и 355.
3. Найти тождество Безу для чисел 126 и 164.
4. Вычислить функцию Эйлера $\varphi(146)$.
5. Определить верным или ложным является сравнение $12538 \equiv 268 \pmod{10}$,
 $2^5 \equiv 12 \pmod{4}$,
 $25^{12} \equiv 6 \pmod{10}$,
6. Решить сравнение первой степени $55x \equiv -2 \pmod{6}$; разными методами.
7. Решить сравнение $8 \cdot 7^x + 4 \equiv 0 \pmod{83}$ с помощью таблицы индексов.

Критерии выставления отметок

Отметка «отлично» / «зачтено» (высокий уровень сформированности компетенций (-ии)) выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил системные знания по всем разделам программы дисциплины / модуля / практики, продемонстрировал способность к их самостоятельному пополнению, в том числе в рамках учебно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, успешно продемонстрировал осваиваемые в рамках дисциплины / модуля / практики профессиональные умения;
- представил результаты выполнения всех заданий

для самостоятельной работы полностью и качественно, на творческом уровне, выразил личностную значимость деятельности;

- при устном ответе высказал самостоятельное суждение на основе исследования теоретических источников, логично и аргументированно изложил материал, связал теорию с практикой посредством иллюстрирующих примеров, свободно ответил на дополнительные вопросы;
- при выполнении письменного задания представил содержательный, структурированный, глубокий анализ сути и путей решения проблемы (задачи, задания);
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 85 – 100 % заданий.

Отметка «хорошо» / «зачтено» (средний уровень сформированности компетенций (-ии)) выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил знание основного материала по всем разделам программы дисциплины / модуля / практики в объёме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, продемонстрировал способность к их самостоятельному пополнению;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения, но допустил не принципиальные ошибки в их выполнении, которые смог исправить при незначительной помощи преподавателя;
- представил результаты выполнения всех заданий для самостоятельной работы, указанных в программе дисциплины / модуля / практики, при этом задания выполнены полностью и качественно;
- при устном ответе объяснил учебный материал, интерпретировал содержание, экстраполировал выводы;
- при выполнении письменного задания представил репродуктивную позицию элементы анализа в описании сути и путей решения проблемы (задачи, задания), изложил логическую последовательность вопросов темы;
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 75 – 84 % заданий.

Отметка «удовлетворительно» / «зачтено» (пороговый уровень сформированности компетенций (-ии)) выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил знание основного материала по всем разделам программы дисциплины / модуля / практики в объёме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, но знания имеют пробелы и плохо структурированы;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, в целом смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения, но допустил ошибки в их выполнении, которые смог исправить при незначительной помощи преподавателя;
- представил результаты выполнения всех заданий для самостоятельной работы, указанных в программе дисциплины / модуля / практики, при этом задания выполнены формально, кратко, рефлексия неполная или носит формальный характер, представлено поверхностное описание;
- при устном ответе продемонстрировал знание базовых положений и ключевых понятий, верно воспроизвел учебное содержание без использования дополнительного материала;
- при выполнении письменного задания представил репродуктивную позицию в описании сути и путей решения проблемы (задачи, задания);
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 60 – 74 % заданий.

Отметка «неудовлетворительно» / «незачтено» (компетенция(-ии) не сформирована(-ы)) выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил отсутствие знаний либо фрагментарные знания по основным разделам программы дисциплины / модуля / практики;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, не смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения (допустил принципиальные ошибки в их выполнении, которые не смог исправить при указании на них преподавателем), либо не выполнил задания;
- не выполнил предусмотренные учебным планом практические, лабораторные задания;
- не полностью выполнил задания для самостоятельной работы,

- указанных в программе дисциплины / модуля / практики, либо задания выполнены неверно, очевиден плагиат;
- при устном ответе допустил фактические ошибки в использовании научной терминологии и изложении учебного содержания, сделал ложные выводы;
 - при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 0 – 59 % заданий.