



**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**Куйбышевский филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Новосибирский государственный педагогический университет»**

УТВЕРЖДАЮ

Декан

Факультет психолого-педагогического
образования

В.А.Кобелев

(подпись)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Математический анализ**

Направление подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль):

Математика и Информатика

Уровень высшего образования:

бакалавриат

Форма обучения:

очная

Куйбышев 2021

СОСТАВИТЕЛИ:

Кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математики, информатики и методики преподавания Н. П. Шаталова

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

на заседании кафедры математики, информатики и методики преподавания (КФ) (протокол № 10 от 30.06.2021 г.)

Заведующий кафедрой математики, информатики и методики преподавания (КФ)
И. А. Дудковская

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель освоения дисциплины:

овладение систематическими знаниями в области математического анализа, о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках, овладение фундаментальными знаниями методов интегрального и дифференциального исчисления, необходимыми, в том числе для изучения других математических дисциплин; развитие навыков решения задач и доказательства теоретических утверждений методами математического анализа.

1.2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Программа дисциплины разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125, профессиональными стандартами: педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18.10.2013 г. № 544н, педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования, утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 08.09.2015 г. № 608н, педагог дополнительного образования детей и взрослых, утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 05.05.2018 г. № 298н.

Дисциплина относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины» учебного плана образовательной программы, изучается в 1, 2, 3, 4, 5 семестрах. Трудоемкость дисциплины: 14 ЗЕ / 504 часа, в том числе 164 часов – контактная работа с преподавателем, 272 часа – самостоятельная работа (таблица 2).

1.3 Планируемые результаты обучения по дисциплине

Дисциплина направлена на формирование компетенции(-ий), представленных в таблице 1.

Таблица 1

Планируемые результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	
Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-2 Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	
ОПК-2.1 Знает: историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем, роль и место образования в жизни личности и общества; основы дидактики, основные принципы деятельностного подхода, виды и приемы современных образовательных технологий; пути достижения образовательных результатов в области ИКТ.	Знать: содержание теории математического анализа, ее основные положения.
ОПК-2.2 Умеет: классифицировать образовательные системы и образовательные технологии; разрабатывать и применять отдельные компоненты основных и дополнительных образовательных программ в реальной и виртуальной образовательной среде.	Уметь: подбирать нужный алгоритм, схемы и формулы для решения базовых задачи математического анализа.
ОПК-2.3 Владеет: приемами разработки и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы; средствами формирования умений, связанных с информационно-коммуникационными	Владеть: понятийно-терминологическим аппаратом математического анализа,

<p>технологиями (далее – ИКТ); действиями реализации ИКТ-технологий: на уровне пользователя, на общепедагогическом уровне; на уровне преподаваемого (ых) предметов (отражающая профессиональную ИКТ-компетентность соответствующей области человеческой деятельности).</p>	<p>способами планирования и осуществления своей учебной деятельности.</p>
<p>ПК-3 Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса</p>	
<p>ПК-3.1 Знает: закономерности, принципы и уровни формирования и реализации содержания образования; структуру, состав и дидактические единицы содержания предмета.</p>	<p>Знать: основные закономерности и понятия математического анализа.</p>
<p>ПК-3.2 Умеет: осуществлять отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями учащихся.</p>	<p>Уметь: применять методы математического анализа, осуществляя их отбор и поиск.</p>
<p>ПК-3.3 Владеет: предметным содержанием образования по предмету; умениями отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной формы обучения.</p>	<p>Владеть: понятиями курса математического анализа для ориентирования в современном информационном пространстве.</p>

2 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Первый семестр

Тема 1. Теория пределов.

Последовательности. Виды последовательностей. Предел последовательности. Бесконечно-малые и бесконечно-большие величины. Теоремы об алгебраических свойствах пределов. Функция. Свойства функций и их виды. Предел функции. Замечательные пределы. Вычисления пределов.

Тема 2. Производная функции.

Производная функции (общее понятие). Производные элементарных функций. Дифференциал. Правила нахождения производных. Свойства производных. Сложная функция. Производная сложной функции. Параметрически-заданная функция и ее производная. Обратная функция и ее производная. неявно заданная функция и ее производная. Степенно-показательная функция и ее производная.

Второй семестр

Тема 1. Применение производной функции.

Применение производной к вычислению пределов. Исследование функции при помощи производной. Приближенные вычисления функций.

Тема 2. Неопределенный интеграл.

Таблица неопределенных интегралов. Замена переменных, интегрирование по частям. Формула Эйлера и показательная форма комплексных чисел. Разложение многочленов на сомножители. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций – универсальная подстановка и упрощенные случаи.

Третий семестр

Тема 1. Определенный интеграл и его приложения.

Определенный интеграл. Общие понятия. Вычисление простейших интегралов. Вычисление по частям и подстановкой. Несобственный интеграл первого рода. Несобственный интеграл второго рода. Сходимость несобственных интегралов. Вычисление площадей. Вычисление объема тела и длины кривой. Приложение определенного интеграла. Интеграл первого рода. Интеграл второго рода.

Тема 2. Функции нескольких переменных.

Общие понятия функции многих переменных. Общие понятия. Предел. Производная функций многих переменных и ее приложение. Дифференцирование. Экстремум.

Четвертый семестр

Тема 1. Числовые ряды.

Последовательности, их виды и свойства. Понятие числового ряда и его сходимости. Основные признаки сходимости. Знакопеременные ряды и их сходимость.

Тема 2. Функциональные ряды.

Общие понятия и признаки сходимости функциональных рядов. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда.

Пятый семестр

Тема 1. Повторные интегралы и их приложения.

Общие понятия повторных интегралов. Двойной интеграл и его приложения. Тройной интеграл и его приложения.

Тема 2. Криволинейный интеграл и его приложения.

Общие понятия криволинейных интегралов. Приложение криволинейных интегралов. Способы вычисления криволинейных интегралов.

Содержание работ по дисциплине

Таблица 2

Содержание работы	Виды и формы работы, час				Самостоятельная работа	Всего, час	Код компетенции
	Лекции	Лабораторные	Практические	Консультации			
Первый семестр							
Тема 1. Теория	6		10		20	29	ОПК-2

пределов							
Тема 2. Производная функции	6		10		20	27	ОПК-2
Второй семестр							
Тема 1. Применение производной функции	6		10		20	23	ОПК-2 ПК-3
Тема 2. Неопределенны й интеграл	6		10		20	23	ОПК-2 ПК-3
Подготовка к экзамену				2	34	36	ОПК-2, ПК-3
Третий семестр							
Тема 1. Определенный интеграл и его приложения	6		10		20	27	ОПК-2 ПК-3
Тема 2. Функции нескольких переменных	6		10		20	29	ОПК-2 ПК-3
Подготовка к зачету							ОПК-2 ПК-3
Четвертый семестр							
Тема 1. Числовые ряды	6		10		20	29	ОПК-2 ПК-3
Тема 2. Функциональн ые ряды	6		10		20	29	ОПК-2 ПК-3
Подготовка к зачету							ОПК-2 ПК-3
Пятый семестр							
Тема 1. Повторные интегралы	6		10		20	23	ПК-3
Тема 2. Криволинейные интегралы	6		10		20	23	ПК-3
Подготовка к экзамену				2	34	36	ПК-3
Итого по дисциплине	60		100	4	340	504	

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для успешного освоения дисциплины следует ознакомиться с содержанием разделов и тем по дисциплине, следовать технологической карте при выполнении самостоятельной работы, использовать рекомендованные ресурсы и выполнять требования внутренних стандартов университета.

4 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Основная учебная литература

- 1. Баврин И. И.** Математика : учебник для вузов по направлениям «Педагогическое образование», «Психолого-педагогическое образование» : допущено М-вом образования и науки РФ / И. И. Баврин. – 9-е изд., испр. и доп. (Высшее профессиональное образование. Педагогическое образование) (Бакалавриат). Библиогр. – Москва : Академия, **2011**. – 624 с. – с. 615. – ISBN 978-5-7695-7999-8.
- 2. Бурмистрова Е. Б.** Математический анализ и дифференциальные уравнения : учебник для вузов : допущено М-вом образования и науки Российской Федерации / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. – Москва : Академия, **2010**. – 368 с. – (Университетский учебник. Высшая математика и ее приложения к экономике). ISBN 978-5-7695-6265-5.
- 3. Гусак А. А.** Математический анализ и дифференциальное уравнение. Примеры и задачи [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гусак А. А. – Электрон. текстовые данные. – Минск: ТетраСистемс, **2011**. – 415 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28122.html/> – ЭБС «IPRbooks», по паролю.

4.2 Дополнительная учебная литература

- 1. Математический анализ функции одной переменной: производная** : практикум / [С. В. Гейбука, Н. И. Попова, И. А. Трефилова и др.] ; Новосибир. гос. пед. ун-т. - Новосибирск : НГПУ, 2018. - 128 с. : табл. - Библиогр.: с. 127. - URL: <https://lib.nspu.ru/views/library/76678/read.php/> - Доступна эл. версия в ЭБС НГПУ, по паролю. - ISBN 978-5-00104-295-2
- 2. Берман Г. Н.** Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г. Н. Берман. - 22-е изд., перераб. – Санкт-Петербург : Профессия, 2003. – 432 с. – ISBN 5-93913-009-7.
- 3. Геворкян Э. А.** Математика. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Геворкян Э.А., Малахов А.Н. – Электрон. текстовые данные. – М.: Евразийский открытый институт, 2010. – 344 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10715.html/> – ЭБС «IPRbooks», по паролю.
- 4. Холодов Ю. В.** Учебно-методическое пособие по «Математическому анализу» [Электронный ресурс]: для бакалавров./ Холодов Ю.В. – Электрон. текстовые данные. – Астрахань: Астраханский инженерно-строительный институт, ЭБС АСВ, 2012. – 149 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17072.html/> – ЭБС «IPRbooks», по паролю.

4.3 Ресурсы открытого доступа

- Единое окно доступа к образовательным ресурсам. URL: <http://window.edu.ru/>

4.4 Технологическая карта самостоятельной работы студента

Таблица 3

Темы дисциплины	Перечень учебно-методического обеспечения (номер источника из п.п. 4.1-4.3)
Задания для самостоятельной работы	
Первый семестр	
Тема 1. Теория пределов.	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
1. Подготовка к собеседованию по контрольным вопросам	

- 1) Понятие последовательности.
- 2) Виды числовых последовательностей.
- 3) Ограниченные числовые последовательности
- 4) Монотонные последовательности.
- 5) Предел последовательности.
- 6) Понятие бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей
- 7) Неопределенности.
- 8) Свойства бесконечно малых.
- 9) Максимальный (минимальный) элемент последовательности
- 10) Точная верхняя (точная нижняя) грань числовой последовательности
- 11) Арифметическая прогрессия и ее свойства.
- 12) Геометрическая прогрессия и ее свойства
- 13) Понятие функции. Способы задания. Функции, заданные параметрически.
- 14) Общие свойства функций: область определения, множество значений, четность, периодичность, нули функции, ограниченность, монотонность, наибольшее и наименьшее значения функции на множестве.
- 15) Понятие окрестности точки. Определение предела функции в терминах $\varepsilon - \delta$. Односторонние пределы.
- 16) Предел функций на бесконечности. Предел последовательности.
- 17) Понятие бесконечно малых и бесконечно больших функций.
- 18) Свойства бесконечно малых. Теорема о взаимосвязи бесконечно малой и бесконечно большой функции.
- 19) Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенстве и двойном неравенстве. Предел сложной функции.
- 20) Первый замечательный предел, его следствия. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых в окрестности заданной точки.

2. Подготовка к тестированию по примерным тестовым заданиям

1. Произведение бесконечно малой и бесконечно большой величин является:

Варианты ответа:

- а) бесконечно малой величиной; б) бесконечно большой величиной;
в) неопределенностью; г) постоянная величина.*

Ответ: в).

2. Какие из перечисленных функций бесконечно малые при $x \rightarrow 0$:

Варианты ответа: а) $y = \frac{1}{2x}$; б) $y = x^{10}$; в) $y = \frac{1}{\sin 3x}$; г) $y = \cos 2x$.

Ответ: б).

3. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{x^2-4x+1}$.

Варианты ответа: а) $-5/3$; б) $3/5$; в) $-3/5$; г) $5/3$.

4. Найти предел: $\frac{5x^3-3x^2+2}{6x^3-1}$.

Варианты ответа: а) 1; б) $-\frac{5}{6}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{5}{6}$.

Ответ: г).

5. Произведение бесконечно малой и бесконечно большой величин является:

Варианты ответа:

- а) бесконечно малой величиной; б) бесконечно большой величиной;
в) неопределенностью; г) постоянная величина.*

Ответ: в).

6. Какие из перечисленных функций бесконечно малые при $x \rightarrow 0$:

Варианты ответа: а) $y = \frac{1}{2x}$; б) $y = x^{10}$; в) $y = \frac{1}{\sin 3x}$; г) $y = \cos 2x$.

Ответ: б).

7. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x \cdot \cos 4x}$.

Варианты ответа: а) 0; б) 2; в) 1; г) 4.

Ответ: а).

8. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x+1} - 1}$.

Варианты ответа: а) 0; б) 1; в) 2; г) 4.

Ответ: г).

Тема 2. Производная функции

Основная учебная литература: 1, 2, 3

Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3, 4

Самостоятельная работа: найти производные функций

1) $x + \sqrt{xy} + 2y = 2$,

2) $y = \frac{1}{24}(x^2 + 8)\sqrt{x^2 - 4} + \frac{x^4}{16} \arcsin \frac{2}{x}$

3) $y = e^{-x^3} \ln x$

4) $y = (1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^3$

5) $y = \frac{x^5}{4\sqrt{1-x^2}}$

6) $y = 2x^{\sin 3x}$

7) $y = (2 + 3x)\sqrt{3 - x^2}$

8) $y = (1 + \frac{1}{\sqrt[4]{x}})^4$

9) $y = (3 - 2x)\sqrt{2 + x^2}$

10) $3x + \sqrt{xy} - y = 1$

11) $y = \frac{2x^4}{\sqrt{2+x^3}}$

12) $y = 3x^{\cos 2x}$

13) $y = e^{-x^2} \ln x$

Подготовка к тестированию по примерным тестовым заданиям

1. Найдите производную от функции $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x}$.

a) $\frac{1 - \sin x}{x \cdot \cos x}$;

b) $\frac{1}{\cos^2 x}$;

c) $\frac{1 - \sin x}{x^2 \cdot \cos^2 x}$;

d) $\frac{x - 0,5 \sin 2x}{x^2 \cdot \cos^2 x}$.

Ответ: d).

2. Найдите производную от $y = (\sin x)^{\cos x}$.

a) $(\sin x)^{\cos x} (\frac{\cos^2 x}{\sin x} - \ln(\sin x)^{\sin x})$;

b) $(\cos x)^{\sin x} (-\ln(\sin x)^{\cos x} + \frac{\cos^2 x}{\sin x})$;

c) $(\sin x)^{\cos x} (\cos x \cdot \operatorname{tg} x - \cos x \cdot \ln(\sin x))$;

d) $(\sin x)^{\cos x} \cdot \operatorname{tg} x \cdot \ln(\sin x) + (\sin x)^{\cos x} \operatorname{tg}^2 x$.

Ответ: a).

3. Найдите производную от функции заданной в виде: $\{y = \cos^2 t$;

a) $-\operatorname{ctg} t$;

b) $\frac{-\cos t}{t}$;

c) $-\frac{\sin 2t}{2t \sin t^2}$;

$$d) -\frac{\cos t}{t \sin t^2}.$$

Ответ: c).

4. Найти производную неявно заданной функции: $x^2y + y^3x = \sin(x + y)$.

$$a) \frac{\cos(x+y) - 2xy - y^3}{x^2 + 3y^2x - \cos(x+y)};$$

$$b) \frac{\cos(x+y) - 2xy - y^3}{x^2 + 3y^2 - \cos(x+y)};$$

$$c) \frac{y^3 + 2xy - \cos(x+y)}{-x^2 - 3y^2x + \cos(x+y)};$$

$$d) \frac{x^2 + 3y^2x - \cos(x+y)}{y^3 + 2xy - \cos(x+y)}.$$

Ответ: a).

5. Найдите производную третьего порядка от функции $y = \ln(x + 1)$ и выберите правильный ответ.

$$a) y''' = \frac{1}{(1+x)^3};$$

$$b) y''' = -\frac{2}{(1+x)^3};$$

$$c) y''' = \frac{2}{(1+x)^3};$$

$$d) y''' = \frac{-2!}{(1+x)^3};$$

Ответ: c).

6. Выберите верное высказывание.

a) «Если функция $y = f(x)$ имеет производную в точке $x = x_0$, то эта функция при данном значении дифференцируема».

b) «Если функция дифференцируема, то она дифференцируема на всей области определения».

c) «Если функция дифференцируема в некоторой точке на числовой прямой, то она непрерывна».

d) «Если функция непрерывна в точке из области определения функции, то она в ней дифференцируема».

Ответ: a).

Второй семестр

Тема 1. Применение производной функции

Основная учебная литература: 1, 2, 3

Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3, 4

Составить список основных определений по теме.

Тема 2. Неопределенный интеграл

Основная учебная литература: 1, 2, 3

Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3, 4

Самостоятельная работа: найти интеграл

$$1. \int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$2. \int e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx$$

$$3. \int \frac{2^{\arctg 2x} dx}{1+4x^2}$$

$$4. \int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$$

$$5. \int \sin(2x + 3) dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$$

$$7. \int \frac{dx}{\cos^2(2x-1)}$$

$$8. \int \frac{3x-4}{x^2-4} dx$$

$$9. \int \operatorname{ctg}^2 2x dx$$

$$10. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^6}}$$

$$11. \int x^2 \cos 3x dx$$

$$12. \int \cos(\ln x) dx$$

$$13. \int \arcsin x dx$$

$$21. \int \frac{dx}{1-\sin x}$$

$$22. \int \sin 4x \cdot \cos 4x dx$$

$$23. \int \frac{dx}{3\sin^2 x + 4\cos^2 x}$$

$$24. \int \cos^4 x \cdot \sin^5 x dx$$

$$25. \int \sin 3x \cdot \cos 10x dx$$

$$26. \int \operatorname{tg}^5 x dx$$

$$27. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x^2-4}\sqrt{x}}$$

$$28. \int \frac{(x+1) dx}{x \cdot \sqrt{x-2}}$$

$$29. \int x^2 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$30. \int \frac{\sqrt[3]{1+4\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$31. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$32. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$33. \int x \cdot e^{x^2} dx$$

14. $\int x \cdot e^{-\frac{x}{2}} dx$	34. $\int x^2 \cdot e^{x^2} dx$
15. $\int \frac{(x+1)dx}{x^2+x+1}$	35. $\int x \ln^2 x dx$
16. $\int \frac{(x+2)dx}{\sqrt{x^2+4x+6}}$	36. $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$
17. $\int \frac{e^x-2}{e^{2x}+1} dx$	37. $\int \frac{dx}{e^{2x}-e^x}$
18. $\int \frac{(x-8)dx}{x(x-2)^2}$	38. $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cdot \cos^3 x}}$
19. $\int \frac{(x^3-6)dx}{(x^2+2)(x^2+4)}$	39. $\int \sin x \cos^3 x dx$
20. $\int \frac{2x^2+x+3}{x^2-x+1} dx$	40. $\int \frac{x^2 dx}{x^3+1}$

Подготовка к экзамену	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
------------------------------	---

Третий семестр

Тема 1. Определенный интеграл и его приложения	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
---	---

Самостоятельная работа

- 1) Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx$$

- 2) Вычислите с помощью определённого интеграла площадь плоской фигуры, ограниченной заданными линиями: $y = \frac{x^2}{3}$, $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$
- 3) Вычислите с помощью определённого интеграла объём тела вращения, полученного при вращении заданной линии (заданных линий) вокруг указанной оси: $x = y^2$, $x = 4$, вокруг оси OX
- 4) Вычислите с помощью определённого интеграла длину дуги АВ гладкой кривой, заданной уравнением $y=f(x)$, где $A(x_0, y_0)$, $B(x_1, y_1)$. $y = 2x^2 + 1$, где $A(0;1)$, $B(2;9)$
- 5) Вычислить определённые интегралы:

$$a) \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}; \quad б) \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}; \quad в) \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx$$

Тема 2. Функции нескольких переменных	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
--	---

Самостоятельная работа: задачи

1. Найти предел функции или доказать, что он не существует

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2x^2 - 5y^2}{x^2 + y^2}; \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow -1}} \frac{\sqrt{x^2 + (y+1)^2} + 1 - 1}{x^2 + (y+1)^2}.$$

2. Найти предел функции или доказать, что он не существует

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2x^2 - 5y^2}{x^2 + y^2}; \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow -1}} \frac{\sqrt{x^2 + (y+1)^2} + 1 - 1}{x^2 + (y+1)^2}.$$

3. Найти все частные производные второго порядка от функции $u = \ln(e^x + e^y)$.

4. Найти указанные частные производные сложной функции

$$z = \operatorname{arctg} xy, \quad x = \frac{u}{v^2}, \quad y = \frac{u^2}{v}; \quad \frac{\partial z}{\partial u} - ? \quad \frac{\partial z}{\partial v} - ? \quad \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - ?$$

$$z = xy \ln(x + y), \quad x = t^2 + 1, \quad y = \frac{1}{t^2}; \quad \frac{dz}{dt} - ?$$

$$z = f(x^2 + y^2, xy), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$$

5. Функция $y = y(x)$ задана неявно уравнением $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$. Найти $\frac{dy}{dx}$.

6. Функция $z = z(x, y)$ задана неявно уравнением $z^2 x + x^2 y + y^2 z + 2x - y = 0$.

7. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.

8. Для функции $z = x^2 y^2 - xy^3 - 3y - 1$ найти:

производную в точке $M(2,1)$ в направлении от точки M к точке $O(0,0)$;
 $gradz$ в точке $N(2,2)$.

9. Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 - 2z^2 - x^2 = 1$ в точке $M(1,2,1)$. Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна оси OZ ?

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$.

11. Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции $z = \ln(2x - y)$ в окрестности точки $M(1,1)$

12. Исследовать функцию $z = x + y - \sqrt{(x + y)}$ на непрерывность и дифференцируемость в точке $M(0;0)$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2y^2$ в круге $x^2 + y^2 \leq 4$.

14. Найти все частные производные второго порядка от функции $u = \ln(e^x + e^y)$.

15. Найти указанные частные производные сложной функции

$$z = \arctg xy, \quad x = \frac{u}{v^2}, \quad y = \frac{u^2}{v}; \quad \frac{\partial z}{\partial u} - ? \quad \frac{\partial z}{\partial v} - ? \quad \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - ?$$

$$z = xy \ln(x + y), \quad x = t^2 + 1, \quad y = \frac{1}{t^2}; \quad \frac{dz}{dt} - ?$$

$$z = f(x^2 + y^2, xy), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$$

16. Функция $y = y(x)$ задана неявно уравнением $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$. Найти $\frac{dy}{dx}$

17. Функция $z = z(x, y)$ задана неявно уравнением

$$z^2 x + x^2 y + y^2 z + 2x - y = 0.$$

Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.

19. Для функции $z = x^2 y^2 - xy^3 - 3y - 1$ найти:

производную в точке $M(2,1)$ в направлении от точки M к точке $O(0,0)$;
 $gradz$ в точке $N(2,2)$.

20. Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 - 2z^2 - x^2 = 1$ в точке $M(1,2,1)$. Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна оси OZ ?

21. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$.
22. Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции $z = \ln(2x - y)$ в окрестности точки $M(1,1)$
23. Исследовать функцию $z = x + y - \sqrt{(x + y)}$ на непрерывность и дифференцируемость в точке $M(0;0)$.
24. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2y^2$ в круге $x^2 + y^2 \leq 4$.

Подготовка к зачету	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
----------------------------	---

Четвертый семестр

Тема 1. Числовые ряды	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
------------------------------	---

Самостоятельная работа: исследовать данные ряды на сходимость:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{2n^2}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n^2}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^5 + 3n + 6}}$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3^n}$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{n-1} \right)^{n-1}$
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{5}{\sqrt{n^3}}$
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^7 + 4n^2 + 5}}$

Тема 2. Функциональные ряды	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
------------------------------------	---

Подготовиться к собеседованию по вопросам:

- 1) Функциональные ряды.
- 2) Область сходимости функциональных рядов.
- 3) Мажорируемые ряды.
- 4) Равномерная сходимость функционального ряда.
- 5) Теорема о непрерывности суммы функционального ряда.
- 6) Степенные ряды.
- 7) Теорема Абеля.
- 8) Интервал сходимости.
- 9) Радиус сходимости степенного ряда.

- 10) Ряды по степеням $x-x_0$.
 11) Область сходимости.
 12) Радиус сходимости.
 13) Ряды Тейлора
 14) Ряд Маклорена.

Подготовка к зачету	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
----------------------------	---

Пятый семестр

Тема 1. Повторные интегралы и их приложения	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
--	---

Самостоятельная работа: (а) вычислить двойные интегралы:

1.

$$\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + y) dy$$

2.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} r^3 dr$$

3.

$$\iint_D x^2 y^2 dx dy, \text{ где } D \text{ ограничена линиями } x=3, x=7, y=5, y=2.$$

$$\int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx$$

4.

$$\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + y) dy$$

5.

$$\iint_D xy dx dy, \text{ где } D \text{ ограничена линиями } x=5, y=0, y=x.$$

6.

$$\iint_D (x + y^3) dx dy, \text{ где } D \text{ ограничена линиями } x=2, y=0, y=2x.$$

(б) вычислить тройные интегралы:

1.

$$\iiint_V x dx dy dz, \text{ где } V \text{ ограничена плоскостями } x=2, x=0, y=1, y=4, z=5, z=2.$$

2.

$$\int_0^1 dx \int_0^2 dy \int_0^3 dz$$

3.

$$\iiint_V x^3 \cdot y^2 \cdot z dx dy dz, \text{ где } V \text{ ограничена плоскостями } 0 \leq y \leq 1, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq xy.$$

4.

$$\iiint_V z \, dx \, dy \, dz$$

, где V ограничена плоскостями

$$0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad x \leq y \leq 2x, \quad 0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2}.$$

5.

$$\int_0^1 dx \int_0^{15x} dy \int_0^{xy} y \, dx \, dy \, dz$$

6.

$$\frac{2}{9} \iiint_V z \, dx \, dy \, dz$$

, где V ограничена плоскостями

$$0 \leq x \leq 3, \quad 1 \leq y \leq 3, \quad 0 \leq z \leq \frac{3-x}{2}.$$

7.

$$\frac{2}{9} \iiint_V x \, dx \, dy \, dz$$

, где V ограничена плоскостями

$$0 \leq x \leq 3, \quad 1 \leq y \leq 3, \quad 0 \leq z \leq \frac{3-x}{2};$$

8.

$$2 \int_{-1}^2 dx \int_0^1 dy \int_{y^2+2}^{4-y^2} dz$$

Тема 2. Криволинейный интеграл и его приложения

Основная учебная литература: 1, 2, 3

Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3, 4

Самостоятельная работа

1. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_{AB} (xy - y^2) dx + x dy$$

вдоль параболы $x = \frac{y^2}{4}$, $0 \leq y \leq 2$.

2. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_L (xy - 1) dx + x^2 y dy$$

по прямой $y = 3x + 5$ от $A(1; 8)$ до $B(0; 5)$.

3. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_{AB} (x^2 - y^2) dx + xy dy$$

если путь от точки $A(1; 1)$ до точки $B(3; 4)$ - отрезок прямой.

4. Вычислите криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L (x - y) dL$$

где L - отрезок прямой от $A(0; 0)$ до $B(4; 3)$.

5. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_{AB} (xy - y^2) dx + x dy$$

вдоль прямой $y = 2x$, $0 \leq x \leq 1$.

6. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_L x dx - 2y dy$$

по прямой $y = 2x - 3$, $1 \leq x \leq 5$.

7. Вычислите криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L (x + y) dL$$

где L - ломаная AOB : $A(1; 0)$, $O(0; 0)$, $B(0; 1)$.

8. Вычислите криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L (2x + y) dL$$

где $L: y = x^2$, $1 \leq t \leq 4$.

9. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_{AB} (xy - y^2) dx + x dy$$

вдоль параболы $y = x^2$ от точки $A(-1; 1)$ до точки $B(1; 1)$.

10. Вычислите криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L (x - y) dL$$

где L - отрезок прямой от $A(0; 0)$ до $B(3; 4)$.

Подготовка к экзамену

Основная учебная литература: 1, 2,3

Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4

4.5 Выполнение курсовой работы (проекта). Курсовая работа по дисциплине не предусмотрена.

5 РЕСУРСЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1 Информационные технологии

Образовательный процесс осуществляется с применением локальных и распределенных информационных технологий (таблицы 4, 5).

Таблица 4

Локальные информационные технологии

Группа программных средств	Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства	Аудитория	Реквизиты подтверждающего документа
Офисные программы	LibreOffice	102	https://ru.libreoffice.org/about-us/license
Операционные системы	Manjaro Linux XFCE & KDE	102	http://gostrf.com/normadata/1/4293798/4293798256.htm

Таблица 5

Распределенные информационные технологии

Группа	Наименование
Библиотеки и образовательные ресурсы (в том числе персональные сайты преподавателей КФ ФГБОУ ВО «НГПУ»)	Электронная библиотека НГПУ http://lib.nspu.ru
	Электронная библиотека КФ ФГБОУ ВО «НГПУ» http://lib.kbnspu.ru/
	Персональные сайты преподавателей КФ ФГБОУ ВО «НГПУ» http://prepod.nspu.ru
	Система электронных портфолио студентов НГПУ https://www.nspu.ru/portfolio/

5.2 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Таблица 6

Номер и наименование (при наличии) помещения для осуществления образовательной деятельности	Перечень основного оборудования	Адрес места осуществления образовательной деятельности (местоположение согласно лицензии)
Учебная аудитория для проведения учебных занятий лекционного типа		
Лекционный зал № 1	Комплект учебной мебели Проекционное оборудование: Мультимедиа проектор – 1 шт. Экран рулонный (переносной на штативе) – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7

Лекционный зал № 2	Комплект учебной мебели Проекционное оборудование: – мультимедиа проектор – 1 шт., – экран рулонный (переносной на штативе) – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Большой лекционный зал	Комплект учебной мебели Проекционное оборудование: – мультимедиа проектор – 1 шт., – экран рулонный (переносной на штативе) – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Учебная аудитория для проведения учебных занятий семинарского типа (практические занятия, лабораторные занятия)/ Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций/ Учебная аудитория для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации		
Ауд. № 102 «Учебная аудитория семинарского типа занятий»	Комплект учебной мебели, Доска аудиторная – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Ауд. № 106 «Учебная аудитория семинарского типа занятий»	Комплект учебной мебели, Доска аудиторная – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Ауд. № 107 «Учебная аудитория семинарского типа занятий»	Комплект учебной мебели, Доска аудиторная – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Помещение для самостоятельной работы обучающихся		
Ауд. № 207 «Помещение для самостоятельной работы»	Комплект учебной мебели. Компьютерное оборудование: – компьютеры в комплекте (с выходом в сеть «Интернет» и доступом к электронной информационно- образовательной среде университета) – 8 шт., – печатное и сканирующее оборудование: принтеры – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования		
Ауд. № 217А «Помещение для хранения и профилактического обслуживания оборудования»	Инвентарь: Специализированный инвентарь – 1 шт. Измерительное оборудование: Вольтметры – 2 шт., Измерители RLC – 1 шт., Осциллографы – 1 шт. Компьютерное оборудование: Компьютер в комплекте – 1 шт. Печатное и сканирующее оборудование: МФУ – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7

6 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

6.1 Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

Таблица 7

№ п/п	Наименование темы	Код компетенции	Формы проверки
Первый семестр			
1	Теория пределов	ОПК-2	1. Подготовка к собеседованию по контрольным вопросам 2. Подготовка к тестированию по примерным тестовым заданиям
2	Производная функции	ОПК-2	1. Самостоятельная работа: найти производные функций 2. Подготовка к тестированию по примерным тестовым заданиям
Второй семестр			
1	Применение производной функции	ОПК-2 ПК-3	Составить список определений по теме
2	Неопределенный интеграл	ОПК-2 ПК-3	Самостоятельная работа: найти интеграл
Третий семестр			
1	Определенный интеграл и его приложения	ОПК-2 ПК-3	Самостоятельная работа: вычислить определенный интеграл
2	Функции нескольких переменных	ОПК-2 ПК-3	Самостоятельная работа: решить задачи
Четвертый семестр			
1	Числовые ряды	ОПК-2 ПК-3	Самостоятельная работа: исследовать данные ряды на сходимость данные ряды
2	Функциональные ряды	ОПК-2 ПК-3	Подготовиться к собеседованию по вопросам
Пятый семестр			
1	Повторные интегралы и их приложения	ПК-3	Самостоятельная работа: вычислить двойные и тройные интегралы
2	Криволинейный интеграл и его приложения	ПК-3	Самостоятельная работа: вычислить криволинейный интеграл первого и второго рода

6.2 Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Оценочные материалы для промежуточной аттестации

Первый семестр

Код компетенции: ОПК-2

Второй семестр (Экзамен)

Код компетенции: ОПК-2

Вопросы к экзамену:

- 1) Последовательность.
- 2) Предел последовательности.
- 3) Бесконечно малые величины и их основные свойства.
- 4) Бесконечно большие величины.
- 5) Основные теоремы о пределах.
- 6) Предел функции.
- 7) Первый замечательный предел.
- 8) Односторонний предел. Непрерывность функции.
- 9) Классификация точек разрыва.
- 10) Второй замечательный предел.
- 11) Раскрытие неопределенности. Правило Лопиталья.
- 12) Решить задачи:

$$\begin{array}{lll}
 1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 2x^2 - 3x}{x^3 - 3x^2 + x} & 2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + x} & 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} - 1)}{x^2} \\
 4) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{1+2x} - 3)}{\sqrt{x} - 2} & 5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & 6) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{(x-1)^2 - (x+1)^2} \\
 7) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1}}{x + 2} & 8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 15x^2 + x}{18x^2 + 15x} & 9) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{4x-7} - \sqrt{x+2})}{x-2}
 \end{array}$$

Код компетенции: ПК-3

Вопросы к экзамену:

- 1) Производная функции.
- 2) Правила вычисления производных.
- 3) Производные основных элементарных функций.
- 4) Производная сложной функции.
- 5) Дифференциал функции. Таблица дифференциалов.
- 6) Логарифмическое дифференцирование.
- 7) Производная неявной функции.
- 8) Производная параметрически заданной функции.
- 9) Решить задачи:

Найти производную функций

$$\begin{array}{l}
 y = x^3 - 5x^2 + 7x - 5 \\
 y = \frac{x^3}{3} - 9x - 7. \\
 y = \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}} - 3x + 5 \\
 y = 2\sin x + 7x - 11 \\
 y = 2x - 2\ln(x+3) + 3 \\
 y = \ln(x+3)^3 - 3x \\
 y = (27-x)\sqrt{x} \\
 y = 3 - 4\sin x - (5-4x)\cos x, \\
 y = (x+5)e^{x-5}. \\
 y = (x+8)e^{8-x}
 \end{array}$$

Ответы

$$\begin{array}{l}
 3x^2 - 10x + 7 \\
 x^2 - 9 \\
 \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{3}} - 3 \\
 2\cos x + 7 \\
 2 - \frac{2}{x+3} = \frac{2x+4}{x+3} \\
 \frac{3}{x+3} - 3 = \frac{-3x-6}{x+3} \\
 \frac{27-x}{2\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x} = \frac{27-3x}{2\sqrt{x}} \\
 5\sin x - 4x\sin x \\
 (x+6)e^{x-5} \\
 -e^{8-x}(x+7)
 \end{array}$$

Третий семестр (Зачет)

Код компетенции: ОПК-2

Вопросы к зачету:

- 1) Функция нескольких переменных.
- 2) Область определения и область значения функции нескольких переменных.
- 3) Основные свойства непрерывных функций нескольких переменных.
- 4) Частные производные первого и второго порядка функций нескольких переменных.
- 5) Частные производные первого и второго порядка функций нескольких переменных
- 6) Геометрическая интерпретация частных производных функций двух переменных.
- 7) Решить задачи:

Найти область определения функции двух переменных. Сделать схематический чертёж.

$$z = \sqrt{y \cdot \ln x}$$

Дана функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$. Показать, что она удовлетворяет данному уравнению:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

Дана функция $z = f(x, y)$ и две точки $A(x_0; y_0)$ и $B(x_1; y_1)$. Требуется:

- 1). Вычислить значение z_1 функции в точке B ;
- 2). Вычислить приближённое значение \bar{z}_1 функции в точке B , исходя из значения z_0 функции в точке A , заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом; оценить в % относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом;

Код компетенции: ПК-3

- 1) Вопросы к зачету:
- 2) Формула полного дифференциала первого и второго порядка функций нескольких переменных.
- 3) Градиент и его свойства.
- 4) Особые точки функции нескольких переменных.
- 5) Экстремум функции нескольких переменных.
- 6) Необходимые условия существования экстремума функции нескольких переменных.
- 7) Достаточные условия существования экстремума функции нескольких переменных.
- 8) Условный экстремум функции нескольких переменных.
- 9) Решить задачи:

1) Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$ в точке $C(x_0; y_0; z_0)$

$$z = 2x^2 - 9xy - y, \quad A(1; 1), B(0,98; 1,03)$$

2) Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в замкнутой области:

$$z = x^2 + y^2 - xy - 5y + 3 \quad \text{в трапеции, ограниченной прямыми } x = 0, y = 0, y = 5, y = 8 - x$$

3) Даны функция $z = z(x, y)$, точка A и вектор \vec{a} . Найти: 1). $\overline{\text{grad}} z$ в точке A ;

производную в точке A в направлении вектора \vec{a} .

$$z = \ln(x^2 + 3xy), \quad A(1; -2), \quad \vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$$

Четвертый семестр (Зачет)

Код компетенции: ОПК-2

Вопросы к зачету:

- 1) Числовой ряд. Основные понятия.
- 2) Сходимость ряда. Сумма ряда.
- 3) Основные теоремы о сходящихся рядах. Необходимый признак сходимости ряда.
- 4) Первый и второй признаки сравнения числовых рядов с положительными членами.
- 5) Признак Даламбера.
- 6) Признак Коши.
- 7) Интегральный признак сходимости.
- 8) Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
- 9) Знакопеременные ряды.
- 10) Абсолютная и условная сходимость.

11) Решить задачи:

1. Найти суммы числовых рядов

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 7n - 12} \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(n+2)(n+4)}$$

2. Исследовать ряды на сходимость

$$\begin{array}{ll} 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2} & 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{3}}{n^2 + 2^n} \\ 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \arctg \frac{1}{\sqrt[n]{n-1}}}{n-1} & 4) \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^{2n} \left(\frac{n+1}{2n+3} \right) \\ 5) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n+4}{7n+5} \right)^{-n^2} & 6) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{\ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)} \\ 7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n/3) \ln^2(n+7)} & 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}{2^{n+1} \cdot n!} \end{array}$$

Код компетенции: ПК-3

Вопросы к зачету:

- 1) Функциональные ряды.
- 2) Область сходимости функциональных рядов.
- 3) Степенные ряды.
- 4) Теорема Абеля. Интервал сходимости.
- 5) Радиус сходимости степенного ряда.
- 6) Ряды по степеням $x-x_0$. Область сходимости. Радиус сходимости.
- 7) Ряды Тейлора и Маклорена.
- 8) Разложение в ряд Маклорена функций $\sin x, \cos x$.
- 9) Вычисление значений функции при помощи ряда Маклорена.
- 10) Биномиальный ряд.
- 11) Приложения биномиального ряда.
- 12) Разложение в ряд логарифмической функции.
- 13) Решить задачи:

. Найти интервалы сходимости функциональных рядов

$$\begin{array}{ll} 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1} & 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-5)^n}{n 3^n} \\ 3) \sum_{n=1}^{\infty} (\ln x)^n & 4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n(x-2)} \end{array}$$

. Найти суммы функциональных рядов

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right) x^n \quad 2) \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 5n + 3) x^n$$

. Разложить в ряд Тейлора по степеням $(x-x_0)$ функции

$$\begin{array}{ll} 1) y = \ln(\sqrt{1+5x} \cdot (1-2x)), \quad x_0 = 0, & 2) y = \frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2}, \quad x_0 = 0 \\ 3) y = x \cdot e^{2x} \quad x_0 = 3, & 4) y = \sqrt[3]{x} \quad x_0 = -1. \end{array}$$

Пятый семестр (Экзамен)

Код компетенции: ПК-3

Вопросы к экзамену

- 1) Двойной интеграл
- 2) Вычисление двойного интеграла.
- 3) Замена границ в двойном интеграле
- 4) Вычисление площадей с помощью двойного интеграла.
- 5) Вычисление объемов с помощью двойного интеграла.
- 6) Вычисление двойного интеграла в полярных координатах
- 7) Приложения двойного интеграла: площадь поверхности.
- 8) Тройной интеграл
- 9) Вычисление тройного интеграла.
- 10) Замена границ в тройном интеграле
- 11) Вычисление площадей с помощью тройного интеграла.
- 12) Вычисление объемов с помощью тройного интеграла.

- 13) Вычисление тройного интеграла в полярных координатах
- 14) Приложения тройного интеграла
- 15) Определение криволинейного интеграла второго рода
- 16) Основные свойства криволинейного интеграла второго рода.
- 17) Условия существования криволинейного интеграла.
- 18) Вычисление криволинейного интеграла второго рода.
- 19) Вычисление площади с помощью криволинейного интеграла.
- 20) Решить задачи:

1. Представить двойной интеграл $\iint_D f(x,y) dx dy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y , если область D задана указанными линиями. $D: y \geq 0, x = \sqrt{y}, y = \sqrt{8-x^2}$
2. Вычислить площадь плоской области D , ограниченной заданными линиями. $D: 2y = \sqrt{x}, x + y = 5, x \geq 0$
3. Вычислить тройной интеграл с помощью цилиндрических или сферических координат. $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, V: x^2 + y^2 = 2x, x + z = 2, z \geq 0$.
4. С помощью тройного интеграла вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y = 2, z = x^2 + y^2$.
5. Вычислить данный криволинейный интеграл $\int_{L_{AB}} x dx + y dy + (x - y + 1) dz$, где L_{AB} – отрезок прямой AB ; $A(1,1,1)$; $B(2,3,4)$.

Критерии выставления отметок

Отметка «отлично» / «зачтено» (высокий уровень сформированности компетенций выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил системные знания по всем разделам программы дисциплины / модуля / практики, продемонстрировал способность к их самостоятельному пополнению, в том числе в рамках учебно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, успешно продемонстрировал осваиваемые в рамках дисциплины / модуля / практики профессиональные умения;
- представил результаты выполнения всех заданий самостоятельной работы полностью и качественно, на творческом уровне выразил личностную значимость деятельности;
- при устном ответе высказал самостоятельное суждение на основе исследования теоретических источников, логично и аргументированно изложил материал, связал теорию с практикой посредством иллюстрирующих примеров, свободно ответил на дополнительные вопросы;
- при выполнении письменного задания представил содержательный, структурированный, глубокий анализ сути и путей решения проблемы (задачи, задания);
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 85–100 % заданий.

Отметка «хорошо» / «зачтено» (средний уровень сформированности компетенций выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил знание основного материала по всем разделам программы дисциплины / модуля / практики в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, продемонстрировал способность к их самостоятельному пополнению;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения, но допустил принципиальные ошибки в их выполнении, которые смог исправить при незначительной помощи преподавателя;
- представил результаты выполнения всех заданий для самостоятельной работы, указанных в программе дисциплины / модуля / практики, при этом задания выполнены полностью и качественно;
- при устном ответе объяснил учебный материал, интерпретировал содержание,

экстраполировал выводы;

– при выполнении письменного задания представил репродуктивную позицию элементы анализа в описании сути и путей решения проблемы (задачи, задания), изложил логическую последовательность вопросов темы;

– при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 75–84 % заданий.

Отметка «удовлетворительно» / «зачтено» (пороговый уровень сформированности компетенций выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

– обнаружил знание основного материала по всем разделам программы дисциплины /модуля / практики в объёме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, но знания имеют пробелы и плохо структурированы;

– при выполнении заданий, предусмотренных программой, в целом смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения, но допустил ошибки в их выполнении, которые смог исправить при незначительной помощи преподавателя;

– представил результаты выполнения всех заданий для самостоятельной работы, указанных в программе дисциплины / модуля / практики, при этом задания выполнены формально, кратко, рефлексия неполная или носит формальный характер, представлено поверхностное описание;

– при устном ответе продемонстрировал знание базовых положений и ключевых понятий, верно воспроизвел учебное содержание без использования дополнительного материала;

– при выполнении письменного задания представил репродуктивную позицию в описании сути и путей решения проблемы (задачи, задания);

– при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 60–74 % заданий.

Отметка «неудовлетворительно»/«незачтено» (компетенция) не сформирована/ы выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

– обнаружил отсутствие знаний либо фрагментарные знания по основным разделам программы дисциплины / модуля / практики;

– при выполнении заданий, предусмотренных программой, не смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения (допустил принципиальные ошибки в их выполнении, которые не смог исправить при указании на них преподавателем), либо не выполнил задания;

– не выполнил предусмотренные учебным планом практические, лабораторные задания;

– не полностью выполнил задания для самостоятельной работы, указанной в программе дисциплины / модуля / практики, либо задания выполнены неверно, очевиден плагиат;

– при устном ответе допустил фактические ошибки в использовании научной терминологии и изложении учебного содержания, сделал ложные выводы;

– при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 0–59 % заданий.