



**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**Куйбышевский филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования «Новосибирский
государственный педагогический университет»**

УТВЕРЖДАЮ

Декан
Факультет психолого-педагогического
образования

В. А. Кобелев

(подпись)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Математический анализ**

Направление подготовки:
44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль):
Информатика и информационно-коммуникационные технологии

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Форма обучения:
заочная

Куйбышев 2021

СОСТАВИТЕЛИ:

Кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математики, информатики и методики преподавания Н. П. Шаталова

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

на заседании кафедры математики, информатики и методики преподавания (КФ) (протокол № 10 от 30.06.2021 г.)

Заведующий кафедрой математики, информатики и методики преподавания (КФ)
И. А. Дудковская

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель освоения дисциплины:

Овладение систематических знаний в области математического анализа, о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках, овладение фундаментальными знаниями методов интегрального и дифференциального исчисления, необходимыми, в том числе для изучения других математических дисциплин и развитие навыков решения задач и доказательства теоретических утверждений методами математического анализа.

1.2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Программа дисциплины разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, утвержденным приказом Минобрнауки России от 22.02.2018 г. №121, профессиональными стандартами: педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18.10.2013 г. № 544н, педагог дополнительного образования детей и взрослых, утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 05.05.2018 г. № 298н, педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования, утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 08.09.2015 г. № 608н.

Дисциплина относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины» учебного плана образовательной программы, изучается в 1, 2, 3, 4 семестрах. Трудоемкость дисциплины: 6 ЗЕ / 216 часа, в том числе 24 часов – контактная работа с преподавателем, 174 часа – самостоятельная работа (таблица 2).

1.3 Планируемые результаты обучения по дисциплине

Дисциплина направлена на формирование компетенции(-ий), представленных в таблице 1.

Таблица 1

Планируемые результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	
Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-3 Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса	
ПК-3.1 Знает: закономерности, принципы и уровни формирования и реализации содержания образования; структуру, состав и дидактические единицы содержания предмета.	Знать: основные сведения из теории математического анализа.
ПК-3.2 Умеет: осуществлять отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями учащихся.	Уметь: оперировать понятиями и методами математического анализа, используемыми в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, использовать полученные знания для осуществления анализа практических ситуаций и использовать аппарат математического анализа при решении комбинированных задач.
ПК-3.3 Владеет: предметным содержанием образования по предмету; умениями отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной формы обучения.	Владеть: знаниями, необходимыми для изучения других математических

	дисциплин, практическими навыками решения широкого спектра прикладных задач с применением аппарата математического анализа.
--	---

2 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Первый семестр

Тема 1. Алгебра множеств.

Понятие множеств. Операции над множествами. Числовые множества. Виды множеств. Сравнение множеств. Последовательности и их виды.

Второй семестр

Тема 1. Теория пределов

Определение числовой последовательности. Определение предела числовой последовательности. Бесконечно-малые последовательности и их свойства. Сходящиеся последовательности и их свойства. Функция одной переменной, способы ее задания. Предельное значение функции. Свойства предельных значений. Сравнение бесконечно-малых и бесконечно-больших величин,

Тема 2. Производная

Алгебра производных, таблица производных. Особые случаи. Производные высших порядков. Дифференциал и его геометрический смысл. Правила дифференцирования Дифференциалы высших порядков. Производные от параметрически-заданных функций. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей. Исследование функций.

Третий семестр

Тема 1. Неопределенный интеграл

Таблица неопределенных интегралов. Замена переменных, интегрирование по частям. Формула Эйлера и показательная форма комплексных чисел. Разложение многочленов на сомножители. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций – универсальная подстановка и упрощенные случаи.

Тема 2. Определенный интеграл и его приложения

Определенный интеграл. Общие понятия. Вычисление простейших интегралов. Вычисление по частям и подстановкой. Вычисление площадей. Вычисление объема тела и длины кривой. Приложение определенного интеграла. Интеграл первого рода. Интеграл второго рода.

Четвертый семестр

Тема 1. Функции нескольких переменных

Общие понятия функции многих переменных. Общие понятия. Предел. Производная функций многих переменных и ее приложение. Дифференцирование. Экстремум.

Тема 2. Повторные интегралы

Общие понятия повторных интегралов. Двойной интеграл и его вычисление. Тройной интеграл и его вычисление. Криволинейный интеграл. Приложения повторных интегралов.

Содержание работ по дисциплине

Таблица 2

Содержание работы	Виды и формы работы, час				Самостоятельная работа	Всего, час	Код компетенции
	Контактная работа						
	Лекции	Лабораторные	Практические	Консультации			
Первый семестр							
Тема 1. Алгебра множеств.	2		2		9	13	ПК-3
Второй семестр							
Тема 1. Теория пределов					25	25	ПК-3
Тема 2. Производная					23	23	ПК-3
Подготовка к экзамену				2	9	11	ПК-3
Третий семестр							

Тема 1. Неопределенный интеграл	4		6		23	33	ПК-3
Тема 2. Определенный интеграл и его приложения	2		4		47	53	ПК-3
Четвертый семестр							
Тема 1. Функции нескольких переменных					23	23	ПК-3
Тема 2. Повторные интегралы					24	24	ПК-3
Подготовка к экзамену				2	9	11	ПК-3
Итого по дисциплине	8		12	4	192	216	

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для успешного освоения дисциплины следует ознакомиться с содержанием разделов и тем по дисциплине, следовать технологической карте при выполнении самостоятельной работы, использовать рекомендованные ресурсы и выполнять требования внутренних стандартов университета.

4 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Основная учебная литература

- 1. Баврин И. И.** Математика : учебник для вузов по направлениям «Педагогическое образование», «Психолого-педагогическое образование» : допущено М-вом образования и науки РФ / И. И. Баврин. – 9-е изд., испр. и доп. (Высшее профессиональное образование. Педагогическое образование) (Бакалавриат). Библиогр. – Москва : Академия, 2011. – 624 с. – с. 615. – ISBN 978-5-7695-7999-8.
- 2. Бурмистрова Е. Б.** Математический анализ и дифференциальные уравнения : учебник для вузов : допущено М-вом образования и науки Российской Федерации / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. – Москва : Академия, 2010. – 368 с. – (Университетский учебник. Высшая математика и ее приложения к экономике). ISBN 978-5-7695-6265-5.
- 3. Гусак А. А.** Математический анализ и дифференциальное уравнение. Примеры и задачи [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гусак А. А. – Электрон. текстовые данные. – Минск: ТетраСистемс, 2011. – 415 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28122.html/> – ЭБС «IPRbooks», по паролю.

4.2 Дополнительная учебная литература

- 1. Берман Г. Н.** Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие для вузов. – Санкт-Петербург : Лань : Специальная литература, 2000. 448 с. – ISBN 5-8114-0107.
- 2. Берман Г. Н.** Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г. Н. Берман. - 22-е изд., перераб. – Санкт-Петербург: Профессия, 2003. – 432 с. – ISBN 5-93913-009-7.
- 3. Грешилов А. А.** Вычисление пределов функций. Техника дифференцирования. Исследование функций и построение графиков. Компьютерный курс. Учебное пособие/ А.А. Грешилов, И. В. Дубограй. – М: Логос, 2004. –176 с. – ISBN 5-94010-218-2.
- 4. Демидович Б. П.** Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов / под ред. Б. П. Демидовича. – Москва : Астрель : АСТ, 2002. – 495 с. : ил. – ISBN 5-17-002965-9.

4.3 Ресурсы открытого доступа

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. URL: <http://window.edu.ru/>

4.4 Технологическая карта самостоятельной работы студента

Таблица 3

Темы дисциплины	Перечень учебно-методического обеспечения (номер источника из п.п. 4.1-4.3)
Задания для самостоятельной работы	
Первый семестр	
Тема 1. Алгебра множеств.	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
Собеседование по вопросам:	
1. Понятие множеств. 2. Операции над множествами. 3. Числовые множества. 4. Виды множеств. 5. Сравнение множеств. 6. Последовательности и их виды	

Второй семестр

Тема 1. Теория пределов.

Основная учебная литература: 1, 2,3

Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4

1. Подготовка к собеседованию по контрольным вопросам

- 1) Понятие последовательности.
- 2) Виды числовых последовательностей.
- 3) Ограниченные числовые последовательности
- 4) Монотонные последовательности.
- 5) Предел последовательности.
- 6) Понятие бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей
- 7) Неопределенности.
- 8) Свойства бесконечно малых.
- 9) Максимальный (минимальный) элемент последовательности
- 10) Точная верхняя (точная нижняя) грань числовой последовательности
- 11) Арифметическая прогрессия и ее свойства.
- 12) Геометрическая прогрессия и ее свойства
- 13) Понятие функции. Способы задания. Функции, заданные параметрически.
- 14) Общие свойства функций: область определения, множество значений, четность, периодичность, нули функции, ограниченность, монотонность, наибольшее и наименьшее значения функции на множестве.
- 15) Понятие окрестности точки. Определение предела функции в терминах $\varepsilon - \delta$. Односторонние пределы.
- 16) Предел функций на бесконечности. Предел последовательности.
- 17) Понятие бесконечно малых и бесконечно больших функций.
- 18) Свойства бесконечно малых. Теорема о взаимосвязи бесконечно малой и бесконечно большой функции.
- 19) Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенстве и двойном неравенстве. Предел сложной функции.
- 20) Первый замечательный предел, его следствия. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых в окрестности заданной точки.

2. Подготовка к тестированию по примерным тестовым заданиям

1. Произведение бесконечно малой и бесконечно большой величин является:

Варианты ответа:

- а) бесконечно малой величиной; б) бесконечно большой величиной;
в) неопределенностью; г) постоянная величина.

Ответ: в).

2. Какие из перечисленных функций бесконечно малы при $x \rightarrow 0$:

Варианты ответа: а) $y = \frac{1}{2x}$; б) $y = x^{10}$; в) $y = \frac{1}{\sin 3x}$; г) $y = \cos 2x$.

Ответ: б).

3. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{x^2-4x+1}$.

Варианты ответа: а) $-5/3$; б) $3/5$; в) $-3/5$; г) $5/3$.

4. Найти предел: $\frac{5x^3-3x^2+2}{6x^3-1}$.

Варианты ответа: а) 1; б) $-\frac{5}{6}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{5}{6}$.

Ответ: г).

5. Произведение бесконечно малой и бесконечно большой величин является:

Варианты ответа:

- а) бесконечно малой величиной; б) бесконечно большой величиной;
в) неопределенностью; г) постоянная величина.

Ответ: в).

6. Какие из перечисленных функций бесконечно малы при $x \rightarrow 0$:

Варианты ответа: а) $y = \frac{1}{2x}$; б) $y = x^{10}$; в) $y = \frac{1}{\sin 3x}$; г) $y = \cos 2x$.

Ответ: б).

7. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \cdot \cos 4x}$.

Варианты ответа: а) 0; б) 2; в) 1; г) 4.

Ответ: а).

8. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x+1} - 1}$.

Варианты ответа: а) 0; б) 1; в) 2; г) 4.

Ответ: г).

Тема 2. Производная функции

Основная учебная литература: 1, 2, 3

Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3, 4

1. Самостоятельная работа: найти производные функций

1) $x + \sqrt{xy} + 2y = 2$,

2) $y = \frac{1}{24}(x^2 + 8)\sqrt{x^2 - 4} + \frac{x^4}{16} \arcsin \frac{2}{x}$

3) $y = e^{-x^3} \ln x$

4) $y = (1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^3$

5) $y = \frac{x^5}{4\sqrt{1-x^2}}$

6) $y = 2x^{\sin 3x}$

7) $y = (2 + 3x)\sqrt{3 - x^2}$

8) $y = (1 + \frac{1}{\sqrt{x}})^4$

9) $y = (3 - 2x)\sqrt{2 + x^2}$

10) $3x + \sqrt{xy} - y = 1$

11) $y = \frac{2x^4}{\sqrt{2+x^3}}$

12) $y = 3x^{\cos 2x}$

13) $y = e^{-x^2} \ln x$

2. Подготовка к тестированию по примерным тестовым заданиям

1. Найдите производную от функции $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x}$.

а) $\frac{1 - \sin x}{x \cdot \cos x}$;

б) $\frac{1}{\cos^2 x}$;

в) $\frac{1 - \sin x}{x^2 \cdot \cos^2 x}$;

г) $\frac{x - 0,5 \sin 2x}{x^2 \cdot \cos^2 x}$.

Ответ: д).

2. Найдите производную от $y = (\sin x)^{\cos x}$.

а) $(\sin x)^{\cos x} (\frac{\cos^2 x}{\sin x} - \ln(\sin x)^{\sin x})$;

б) $(\cos x)^{\sin x} (-\ln(\sin x)^{\cos x} + \frac{\cos^2 x}{\sin x})$;

в) $(\sin x)^{\cos x} (\cos x \cdot \operatorname{tg} x - \cos x \cdot \ln(\sin x))$;

г) $(\sin x)^{\cos x} \cdot \operatorname{tg} x \cdot \ln(\sin x) + (\sin x)^{\cos x} \operatorname{tg}^2 x$.

Ответ: а).

3. Найдите производную от функции заданной в виде: $\{y = \cos^2 t;$

а) $-\text{ctgt};$

б) $\frac{-\cos t}{t};$

в) $-\frac{\sin 2t}{2t \sin^2};$

г) $-\frac{\cos t}{t \sin^2}.$

Ответ: в).

4. Найти производную неявно заданной функции: $x^2 y + y^3 x = \sin(x + y).$

а) $\frac{\cos(x+y) - 2xy - y^3}{x^2 + 3y^2 x - \cos(x+y)};$

б) $\frac{\cos(x+y) - 2xy - y^3}{x^2 + 3y^2 - \cos(x+y)};$

в) $\frac{y^3 + 2xy - \cos(x+y)}{-x^2 - 3y^2 x + \cos(x+y)};$

г) $\frac{x^2 + 3y^2 x - \cos(x+y)}{y^3 + 2xy - \cos(x+y)}.$

Ответ: а).

5. Найдите производную третьего порядка от функции $y = \ln(x + 1)$ и выберите правильный ответ.

а) $y''' = \frac{1}{(1+x)^3};$

б) $y''' = -\frac{2}{(1+x)^3};$

в) $y''' = \frac{2}{(1+x)^3};$

г) $y''' = \frac{-2!}{(1+x)^3};$

Ответ: в).

6. Выберите верное высказывание.

а) «Если функция $y = f(x)$ имеет производную в точке $x = x_0$, то эта функция при данном значении дифференцируема».

б) «Если функция дифференцируема, то она дифференцируема на всей области определения».

в) «Если функция дифференцируема в некоторой точке на числовой прямой, то она непрерывна».

г) «Если функция непрерывна в точке из области определения функции, то она в ней дифференцируема».

Ответ: а).

Подготовка к экзамену	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
Третий семестр	
Тема 1. Неопределенный интеграл	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
Самостоятельная работа: найти интеграл	
1. $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$	21. $\int \frac{dx}{1-\sin x}$
2. $\int e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx$	22. $\int \sin 4x \cdot \cos 4x dx$
3. $\int \frac{2 \arctg 2x dx}{1+4x^2}$	23. $\int \frac{dx}{3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x}$
4. $\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$	24. $\int \cos^4 x \cdot \sin^5 x dx$
5. $\int \sin(2x + 3) dx$	25. $\int \sin 3x \cdot \cos 10x dx$
6. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$	26. $\int \text{tg}^5 x dx$
7. $\int \frac{dx}{\cos^2(2x-1)}$	27. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x^2-4} \sqrt{x}}$
8. $\int \frac{3x-4}{x^2-4} dx$	28. $\int \frac{(x+1) dx}{x \cdot \sqrt{x-2}}$
9. $\int \text{ctg}^2 2x dx$	29. $\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx$

10. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^6}}$	30. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx$
11. $\int x^2 \cos 3x dx$	31. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2-1}}$
12. $\int \cos(\ln x) dx$	32. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-1}}$
13. $\int \arcsin x dx$	33. $\int x \cdot e^{x^2} dx$
14. $\int x \cdot e^{-\frac{x}{2}} dx$	34. $\int x^2 \cdot e^{x^2} dx$
15. $\int \frac{(x+1) dx}{x^2+x+1}$	35. $\int x \ln^2 x dx$
16. $\int \frac{(x+2) dx}{\sqrt{x^2+4x+6}}$	36. $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$
17. $\int \frac{e^x-2}{e^{2x}+1} dx$	37. $\int \frac{dx}{e^{2x}-e^x}$
18. $\int \frac{(x-8) dx}{x(x-2)^2}$	38. $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cdot \cos^3 x}}$
19. $\int \frac{(x^3-6) dx}{(x^2+2)(x^2+4)}$	39. $\int \sin x \cos^3 x dx$
20. $\int \frac{2x^2+x+3}{x^2-x+1} dx$	40. $\int \frac{x^2 dx}{x^3+1}$

Тема 2. Определенный интеграл и его приложения	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
---	---

Самостоятельная работа

- 1) Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx$$

- 2) Вычислите с помощью определённого интеграла площадь плоской фигуры, ограниченной заданными линиями: $y = \frac{x^2}{3}$, $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$
- 3) Вычислите с помощью определённого интеграла объём тела вращения, полученного при вращении заданной линии (заданных линий) вокруг указанной оси: $x = y^2$, $x = 4$, вокруг оси OX
- 4) Вычислите с помощью определённого интеграла длину дуги АВ гладкой кривой, заданной уравнением $y=f(x)$, где $A(x_0, y_0)$, $B(x_1, y_1)$. $y = 2x^2 + 1$, где $A(0;1)$, $B(2;9)$
- 5) Вычислить определённые интегралы:

$$a) \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}; \quad б) \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}; \quad в) \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx$$

Четвертый семестр

Тема 2. Функции нескольких переменных	Основная учебная литература: 1, 2,3 Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4
--	---

Самостоятельная работа:

1. Найти предел функции или доказать, что он не существует

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2x^2 - 5y^2}{x^2 + y^2}; \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow -1}} \frac{\sqrt{x^2 + (y+1)^2} + 1 - 1}{x^2 + (y+1)^2}.$$

2. Найти предел функции или доказать, что он не существует

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2x^2 - 5y^2}{x^2 + y^2}; \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow -1}} \frac{\sqrt{x^2 + (y+1)^2} + 1 - 1}{x^2 + (y+1)^2}.$$

3. Найти все частные производные второго порядка от функции $u = \ln(e^x + e^y)$.

4. Найти указанные частные производные сложной функции

$$z = \operatorname{arctg}xy, \quad x = \frac{u}{v^2}, \quad y = \frac{u^2}{v}; \quad \frac{\partial z}{\partial u} - ? \quad \frac{\partial z}{\partial v} - ? \quad \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - ?$$

$$z = xy \ln(x+y), \quad x = t^2 + 1, \quad y = \frac{1}{t^2}; \quad \frac{dz}{dt} - ?$$

$$z = f(x^2 + y^2, xy), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$$

5. Функция $y = y(x)$ задана неявно уравнением $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$. Найти $\frac{dy}{dx}$.

6. Функция $z = z(x, y)$ задана неявно уравнением $z^2x + x^2y + y^2z + 2x - y = 0$.

7. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.

8. Для функции $z = x^2y^2 - xy^3 - 3y - 1$ найти:

производную в точке $M(2,1)$ в направлении от точки M к точке $O(0,0)$;
 $\operatorname{grad}z$ в точке $N(2,2)$.

9. Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 - 2z^2 - x^2 = 1$ в точке $M(1,2,1)$. Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна оси OZ ?

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$.

11. Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции $z = \ln(2x - y)$ в окрестности точки $M(1,1)$

12. Исследовать функцию $z = x + y - \sqrt{(x+y)}$ на непрерывность и дифференцируемость в точке $M(0;0)$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2y^2$ в круге $x^2 + y^2 \leq 4$.

14. Найти все частные производные второго порядка от функции $u = \ln(e^x + e^y)$.

15. Найти указанные частные производные сложной функции

$$z = \operatorname{arctg}xy, \quad x = \frac{u}{v^2}, \quad y = \frac{u^2}{v}; \quad \frac{\partial z}{\partial u} - ? \quad \frac{\partial z}{\partial v} - ? \quad \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - ?$$

$$z = xy \ln(x+y), \quad x = t^2 + 1, \quad y = \frac{1}{t^2}; \quad \frac{dz}{dt} - ?$$

$$z = f(x^2 + y^2, xy), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$$

16. Функция $y = y(x)$ задана неявно уравнением $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$. Найти $\frac{dy}{dx}$

17. Функция $z = z(x, y)$ задана неявно уравнением

18. $z^2x + x^2y + y^2z + 2x - y = 0$.

Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.

19. Для функции $z = x^2y^2 - xy^3 - 3y - 1$ найти:

производную в точке $M(2,1)$ в направлении от точки M к точке $O(0,0)$;
 $\operatorname{grad}z$ в точке $N(2,2)$.

20. Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 - 2z^2 - x^2 = 1$ в точке $M(1,2,1)$. Существует ли на поверхности точка, в которой нормаль к поверхности параллельна оси OZ ?
21. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$.
22. Записать формулу Тейлора до членов 3-го порядка малости для функции $z = \ln(2x - y)$ в окрестности точки $M(1,1)$
23. Исследовать функцию $z = x + y - \sqrt{(x + y)}$ на непрерывность и дифференцируемость в точке $M(0;0)$.
24. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2y^2$ в круге $x^2 + y^2 \leq 4$.

Тема 2. Повторные интегралы

Основная учебная литература: 1, 2,3

Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3,4

Самостоятельная работа:

(а) вычислить двойные интегралы:

1.

$$\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + y) dy$$

2.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} r^3 dr$$

3.

$$\iint_D x^2 y^2 dx dy$$
, где D ограничена линиями $x = 3$, $x = 7$, $y = 5$, $y = 2$.

$$\int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx$$

4.

$$\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + y) dy$$

5.

$$\iint_D xy dx dy$$
, где D ограничена линиями $x = 5$, $y = 0$, $y = x$.

6.

$$\iint_D (x + y^3) dx dy$$
, где D ограничена линиями $x = 2$, $y = 0$, $y = 2x$.

(б) вычислить тройные интегралы:

1.

$$\iiint_V x dx dy dz$$
, где V ограничена плоскостями $x = 2, x = 0, y = 1,$
 $y = 4, z = 5, z = 2$.;

2.

$$\int_0^1 dx \int_0^2 dy \int_0^3 dz$$

3.

$$\iiint_V x^3 \cdot y^2 \cdot z \, dx dy dz$$

, где V ограничена плоскостями
 $0 \leq y \leq 1, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq xy$.;

4.

$$\iiint_V z \, dx dy dz$$

, где V ограничена плоскостями

$$0 \leq x \leq \frac{1}{2}, x \leq y \leq 2x, 0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2}.$$

5.

$$\int_0^1 dx \int_0^{15x} dy \int_0^{xy} y \, dx dy dz$$

6.

$$\frac{2}{9} \iiint_V z \, dx dy dz$$

, где V ограничена плоскостями

$$0 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq \frac{3-x}{2}.$$

7.

$$\frac{2}{9} \iiint_V x \, dx dy dz$$

, где V ограничена плоскостями

$$0 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq \frac{3-x}{2} .;$$

8.

$$2 \int_{-1}^2 dx \int_0^1 dy \int_{y^2+2}^{4-y^2} dz$$

в) вычислить криволинейные интегралы

1. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_{AB} (xy - y^2) dx + x dy$$

вдоль параболы $x = \frac{y^2}{4}, 0 \leq y \leq 2$.

2. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_L (xy - 1) dx + x^2 y dy$$

по прямой $y = 3x + 5$ от $A(1; 8)$ до $B(0; 5)$.

3. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_{AB} (x^2 - y^2) dx + xy dy$$

если путь от точки $A(1; 1)$ до точки $B(3; 4)$ - отрезок прямой.

4. Вычислите криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L (x - y) dL$$

где L - отрезок прямой от $A(0; 0)$ до $B(4; 3)$.

5. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_{AB} (xy - y^2) dx + x dy$$

вдоль прямой $y = 2x$, $0 \leq x \leq 1$.

6. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_L x dx - 2y dy$$

по прямой $y = 2x - 3$, $1 \leq x \leq 5$.

7. Вычислите криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L (x + y) dL$$

где L - ломаная AOB : $A(1; 0)$, $O(0; 0)$, $B(0; 1)$.

8. Вычислите криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L (2x + y) dL$$

где L : $y = x^2$, $1 \leq t \leq 4$.

9. Вычислите криволинейный интеграл по координатам дуги

$$\int_{AB} (xy - y^2) dx + x dy$$

вдоль параболы $y = x^2$ от точки $A(-1; 1)$ до точки $B(1; 1)$.

10. Вычислите криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L (x - y) dL$$

где L - отрезок прямой от $A(0; 0)$ до $B(3; 4)$.

Подготовка к экзамену

Основная учебная литература: 1, 2, 3

Дополнительная учебная литература: 1, 2, 3, 4

4.5 Выполнение курсовой работы (проекта). Курсовая работа по дисциплине не предусмотрена.

5 РЕСУРСЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1 Информационные технологии

Образовательный процесс осуществляется с применением локальных и распределенных информационных технологий (таблицы 4, 5).

Таблица 4

Локальные информационные технологии

Группа программных средств	Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства	Аудитория	Реквизиты подтверждающего документа
Офисные программы	LibreOffice	102	https://ru.libreoffice.org/about-us/license
Операционные системы	Manjaro Linux XFCE & KDE	102	http://gostrf.com/normadata/1/4293798/4293798256.htm

Таблица 5

Распределенные информационные технологии

Группа	Наименование
Библиотеки и образовательные ресурсы (в том числе персональные сайты преподавателей КФ ФГБОУ ВО «НГПУ»)	Электронная библиотека НГПУ http://lib.nspu.ru
	Электронная библиотека КФ ФГБОУ ВО «НГПУ» http://lib.kbnspu.ru/
	Персональные сайты преподавателей КФ ФГБОУ ВО «НГПУ» http://prepod.nspu.ru
	Система электронных портфолио студентов НГПУ https://www.nspu.ru/portfolio/

5.2 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Таблица 6

Номер и наименование (при наличии) помещения для осуществления образовательной деятельности	Перечень основного оборудования	Адрес места осуществления образовательной деятельности (местоположение согласно лицензии)
Учебная аудитория для проведения учебных занятий лекционного типа		
Лекционный зал № 1	Комплект учебной мебели Проекционное оборудование: Мультимедиа проектор – 1 шт. Экран рулонный (переносной на штативе) – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Лекционный зал № 2	Комплект учебной мебели Проекционное оборудование: – мультимедиа проектор – 1 шт., – экран рулонный (переносной на штативе) – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7

Большой лекционный зал	Комплект учебной мебели Проекционное оборудование: – мультимедиа проектор – 1 шт., – экран рулонный (переносной на штативе) – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Учебная аудитория для проведения учебных занятий семинарского типа (практические занятия, лабораторные занятия)/ Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций/ Учебная аудитория для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации		
Ауд. № 102 «Учебная аудитория семинарского типа занятий»	Комплект учебной мебели, Доска аудиторная – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Ауд. № 106 «Учебная аудитория семинарского типа занятий»	Комплект учебной мебели, Доска аудиторная – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Ауд. № 107 «Учебная аудитория семинарского типа занятий»	Комплект учебной мебели, Доска аудиторная – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Помещение для самостоятельной работы обучающихся		
Ауд. № 207 «Помещение для самостоятельной работы»	Комплект учебной мебели. Компьютерное оборудование: – компьютеры в комплекте (с выходом в сеть «Интернет» и доступом к электронной информационно- образовательной среде университета) – 8 шт., – печатное и сканирующее оборудование: принтеры – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7
Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования		
Ауд. № 217А «Помещение для хранения и профилактического обслуживания оборудования»	Инвентарь: Специализированный инвентарь – 1 шт. Измерительное оборудование: Вольтметры – 2 шт., Измерители RLC – 1 шт., Осциллографы – 1 шт. Компьютерное оборудование: Компьютер в комплекте – 1 шт. Печатное и сканирующее оборудование: МФУ – 1 шт.	632387, Новосибирская обл., г. Куйбышев, ул. Молодежная, дом 7

6 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

6.1 Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

Таблица 7

№ п/ п	Наименование темы	Код компетенции	Формы проверки
Первый семестр			

1	Тема 1. Алгебра множеств.	ПК-3	1. Собеседование
Второй семестр			
2	Тема 1. Теория пределов	ПК-3	1. Собеседование 2. Тестирование
3	Тема 2. Производная	ПК-3	1. Самостоятельная работа 2. Тестирование
Третий семестр			
4	Тема 1. Неопределенный интеграл	ПК-3	1. Самостоятельная работа
5	Тема 2. Определенный интеграл и его приложения	ПК-3	1. Самостоятельная работа
Четвертый семестр			
6	Тема 1. Функции нескольких переменных	ПК-3	1. Самостоятельная работа
7	Тема 2. Повторные интегралы	ПК-3	1. Самостоятельная работа

6.2 Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Таблица 8

Оценочные материалы для промежуточной аттестации	
Первый семестр	
Код компетенции: ПК-3	
Второй семестр (Экзамен)	
Код компетенции: ПК-3	
Вопросы к экзамену:	
<ol style="list-style-type: none"> 1) Последовательность. 2) Предел последовательности. 3) Бесконечно малые величины и их основные свойства. 4) Бесконечно большие величины. 5) Основные теоремы о пределах. 6) Предел функции. 7) Первый замечательный предел. 8) Односторонний предел. Непрерывность функции. 9) Классификация точек разрыва. 10) Второй замечательный предел. 11) Раскрытие неопределенности. Правило Лопиталя. 12) Решить задачи: <ol style="list-style-type: none"> <li style="width: 33%; text-align: center;">1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 2x^2 - 3x}{x^3 - 3x^2 + x}$ <li style="width: 33%; text-align: center;">2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + x}$ <li style="width: 33%; text-align: center;">3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} - 1)}{x^2}$ <li style="width: 33%; text-align: center;">4) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{1+2x} - 3)}{\sqrt{x} - 2}$ <li style="width: 33%; text-align: center;">5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ <li style="width: 33%; text-align: center;">6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{(x-1)^2 - (x+1)^2}$ <li style="width: 33%; text-align: center;">7) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x} - 1}{x + 2}$ <li style="width: 33%; text-align: center;">8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 15x^2 + x}{18x^2 + 15x}$ <li style="width: 33%; text-align: center;">9) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{4x-7} - \sqrt{x+2})}{x-2}$ 13) Производная функции. 14) Правила вычисления производных. 15) Производные основных элементарных функций. 16) Производная сложной функции. 17) Дифференциал функции. Таблица дифференциалов. 18) Логарифмическое дифференцирование. 19) Производная неявной функции. 20) Производная параметрически заданной функции. 21) Решить задачи: 	

Найти производную функций

Ответы

$$y = x^3 - 5x^2 + 7x - 5$$

$$3x^2 - 10x + 7$$

$$y = \frac{x^3}{3} - 9x - 7$$

$$x^2 - 9$$

$$y = \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}} - 3x + 5$$

$$\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} - 3$$

$$y = 2\sin x + 7x - 11$$

$$2\cos x + 7$$

$$y = 2x - 2\ln(x + 3) + 3$$

$$2 - \frac{2}{x+3} = \frac{2x+4}{x+3}$$

$$y = \ln(x+3)^3 - 3x$$

$$\frac{3}{x+3} - 3 = \frac{-3x-6}{x+3}$$

$$y = (27 - x)\sqrt{x}$$

$$\frac{27-x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} = \frac{27-3x}{2\sqrt{x}}$$

$$y = 3 - 4\sin x - (5 - 4x)\cos x$$

$$5\sin x - 4x\sin x$$

$$y = (x+5)e^{x-5}$$

$$(x+6)e^{x-5}$$

$$y = (x+8)e^{8-x}$$

$$-e^{8-x}(x+7)$$

Третий семестр

Код компетенции: ПК-3

Четвертый семестр (Экзамен)

Код компетенции: ПК-3

Вопросы к экзамену

- 1) Формула полного дифференциала первого и второго порядка функций нескольких переменных.
- 2) Градиент и его свойства.
- 3) Особые точки функции нескольких переменных.
- 4) Экстремум функции нескольких переменных.
- 5) Необходимые условия существования экстремума функции нескольких переменных.
- 6) Достаточные условия существования экстремума функции нескольких переменных.
- 7) Условный экстремум функции нескольких переменных.
- 8) Решить задачи:

1) Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$ в точке $C(x_0; y_0; z_0)$

$$z = 2x^2 - 9xy - y, \quad A(1;1), B(0,98;1,03)$$

2) Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в замкнутой области:

$$z = x^2 + y^2 - xy - 5y + 3 \quad \text{в трапеции, ограниченной прямыми } x = 0, y = 0, y = 5, y = 8 - x$$

3) Даны функция $z = z(x, y)$, точка A и вектор \vec{a} . Найти: 1). $\overline{\text{grad}} z$ в точке A ;

производную в точке A в направлении вектора \vec{a} .

$$z = \ln(x^2 + 3xy), \quad A(1; -2), \quad \vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$$

9)

Двойной интеграл

- 10) Вычисление двойного интеграла.
- 11) Замена границ в двойном интеграле
- 12) Вычисление площадей с помощью двойного интеграла.
- 13) Вычисление объемов с помощью двойного интеграла.
- 14) Вычисление двойного интеграла в полярных координатах
- 15) Приложения двойного интеграла: площадь поверхности.
- 16) Тройной интеграл
- 17) Вычисление тройного интеграла.
- 18) Замена границ в тройном интеграле
- 19) Вычисление площадей с помощью тройного интеграла.
- 20) Вычисление объемов с помощью тройного интеграла.
- 21) Вычисление тройного интеграла в полярных координатах
- 22) Приложения тройного интеграла
- 23) Определение криволинейного интеграла второго рода
- 24) Основные свойства криволинейного интеграла второго рода.
- 25) Условия существования криволинейного интеграла.

26) Вычисление криволинейного интеграла второго рода.

27) Вычисление площади с помощью криволинейного интеграла.

28) Решить задачи:

1. Представить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y , если область D задана указанными линиями. D :
 $y \geq 0, x = \sqrt{y}, y = \sqrt{8-x^2}$
2. Вычислить площадь плоской области D , ограниченной заданными линиями. D : $2y = \sqrt{x}, x + y = 5, x \geq 0$
3. Вычислить тройной интеграл с помощью цилиндрических или сферических координат. $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, V: x^2 + y^2 = 2x, x + z = 2, z \geq 0$.
4. С помощью тройного интеграла вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y = 2, z = x^2 + y^2$.
5. Вычислить данный криволинейный интеграл $\int_{L_{AB}} x dx + y dy + (x - y + 1) dz$, где L_{AB} – отрезок прямой AB ; $A(1, 1, 1); B(2, 3, 4)$.

Критерии выставления отметок

Отметка «отлично» / «зачтено» (высокий уровень сформированности компетенций выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил системные знания по всем разделам программы дисциплины / модуля / практики, продемонстрировал способность к их самостоятельному пополнению, в том числе в рамках учебно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, успешно продемонстрировал осваиваемые в рамках дисциплины / модуля / практики профессиональные умения;
- представил результаты выполнения всех заданий самостоятельной работы полностью и качественно, на творческом уровне выразил личностную значимость деятельности;
- при устном ответе высказал самостоятельное суждение на основе исследования теоретических источников, логично и аргументированно изложил материал, связал теорию с практикой посредством иллюстрирующих примеров, свободно ответил на дополнительные вопросы;
- при выполнении письменного задания представил содержательный, структурированный, глубокий анализ сути и путей решения проблемы (задачи, задания);
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 85–100 % заданий.

Отметка «хорошо» / «зачтено» (средний уровень сформированности компетенций выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил знание основного материала по всем разделам программы дисциплины / модуля / практики в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, продемонстрировал способность к их самостоятельному пополнению;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения, но допустил непринципиальные ошибки в их выполнении, которые смог исправить при незначительной помощи преподавателя;
- представил результаты выполнения всех заданий для самостоятельной работы, указанных в программе дисциплины / модуля / практики, при этом задания выполнены полностью и качественно;
- при устном ответе объяснил учебный материал, интерпретировал содержание, экстраполировал выводы;
- при выполнении письменного задания представил репродуктивную позицию элементы анализа в описании сути и путей решения проблемы (задачи, задания), изложил логическую последовательность вопросов темы;
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 75–84 % заданий.

Отметка «удовлетворительно» / «зачтено» (пороговый уровень сформированности компетенций выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил знание основного материала по всем разделам программы дисциплины / модуля / практики в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, но знания имеют пробелы и плохо структурированы;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, в целом смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения, но допустил ошибки в их выполнении, которые смог исправить при незначительной помощи преподавателя;
- представил результаты выполнения всех заданий для самостоятельной работы, указанных в программе дисциплины / модуля / практики, при этом задания выполнены формально, кратко, рефлексия неполная или носит формальный характер, представлено поверхностное описание;
- при устном ответе продемонстрировал знание базовых положений и ключевых понятий, верно воспроизвел учебное содержание без использования дополнительного материала;
- при выполнении письменного задания представил репродуктивную позицию в описании сути и путей решения проблемы (задачи, задания);
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 60–74 % заданий.

Отметка «неудовлетворительно»/«незачтено» (компетенция) не сформирована/ы выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил отсутствие знаний либо фрагментарные знания по основным разделам программы дисциплины / модуля / практики;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, не смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения (допустил принципиальные ошибки в их выполнении, которые не смог исправить при указании на них преподавателем), либо не выполнил задания;
- не выполнил предусмотренные учебным планом практические, лабораторные задания;
- не полностью выполнил задания для самостоятельной работы, указанной в программе дисциплины / модуля / практики, либо задания выполнены неверно, очевиден плагиат;
- при устном ответе допустил фактические ошибки в использовании научной терминологии и изложении учебного содержания, сделал ложные выводы;
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 0–59 % заданий.